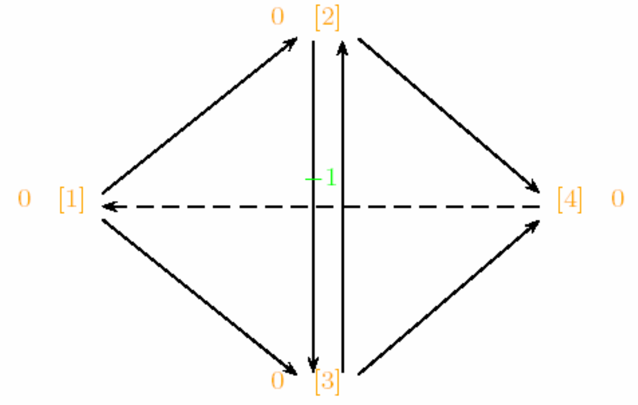
Maximaler Fluß

Das Problem des maximalen Flusses ist ein Spezialfall des Verschiffungsproblems mit oberen Kapazitäten, wobei für den Fall, dass der maximale Fluß von [1] nach [4] gesucht wird, alle Knoten neutral und alle Kosten 0 sind, sowie ein zusätzlicher Pfeil von [4] nach [1] mit Kosten -1 eingeführt wird.



Das LP-Problem:

$$\max Z = v$$

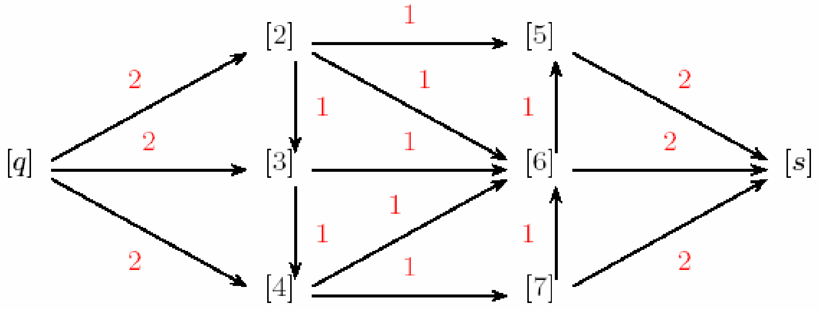
v…….Summe aller Variable die aus der Quelle weggeschickt werden.

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}$$

Nebenbedingungen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{12} \\ x_{13} \\ x_{23} \\ x_{24} \\ x_{32} \\ x_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ein Bsp.:



Ford-Fulkerson Algorithmus:

Alle x_{ij} werden am Anfang auf 0 gesetzt.

<u>Markierungsregeln:</u>

1. Die **Quelle q** wird stets mit $(*,\infty)$ **markiert.**

2. Es sei (k^+, w_i) die **Marke von i**, dann darf j nur markiert werden ,

   falls x_{ij} < u_{ij} . Die **Marke von** j ist dann $(i^+, \min\{w_{ij}, u_{ij} - x_{ij}\})$

   $(*,\infty)$: *….Wo komme ich her
   ∞ ...Anzahle der EH die bis zu diesem Knoten verschifft wurden

   $\Rightarrow (k^+, w_i)$: i wurde von k aus markiert (k) in Pfeilrichtung (+)
   w EH verschifft von i aus

3. Es sei (l^+, w_j) **die Marke von j**, dann darf i nur markiert werden ,

   falls x_{ij} > 0. Die **Marke von i** ist dann $(l^{i}, \min\{w_j, x_{ij}\})$

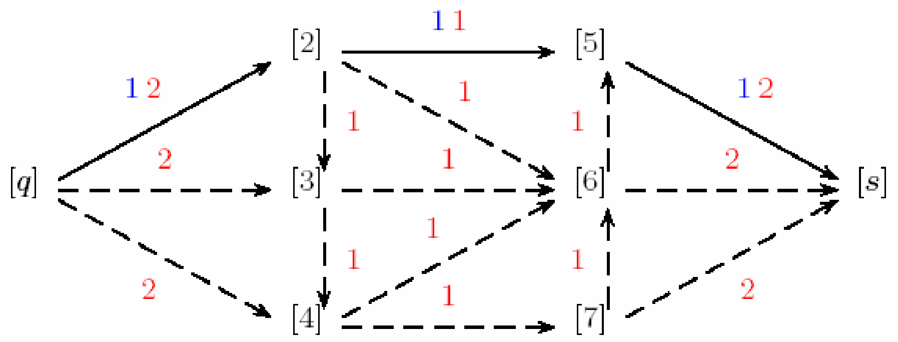
4. Kann die **Senke s markiert werden**, so **verbessert man die Flüsse** längst des Markierungsweges folgendermaßen:

   (a) $(x_{ij} = x_{ij} + w_s)$, falls die Marke von j $(i^+,.)$ ist.

   (b) $(x_{ij} = x_{ij} - w_s)$, falls die Marke von i $(j^-,.)$ ist.

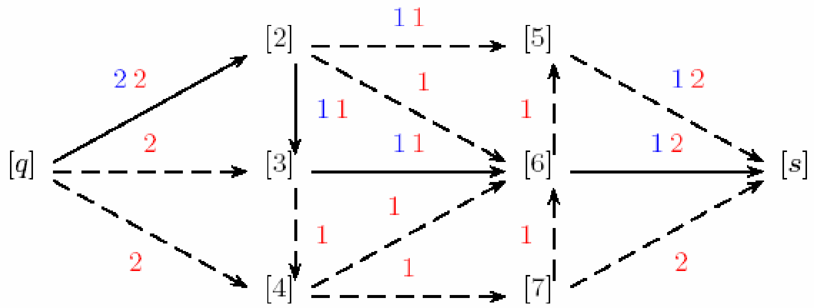
5. Man **wiederholt danach die Schritte 1) bis 4)** solange bis erstmalig die **Senke nicht mehr markiert** werden kann.

Erster Schritt:



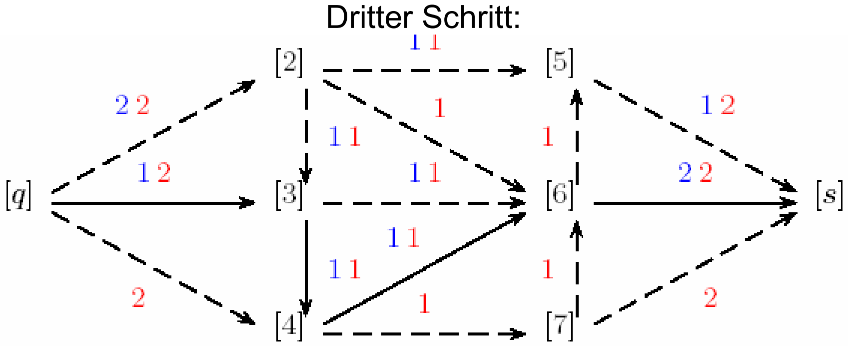
$(*,\infty) \Rightarrow 2\,(q^+,2) \Rightarrow 5\,(2^+,1) \Rightarrow s\,(5^+,\underline{1})$

Zweiter Schritt:



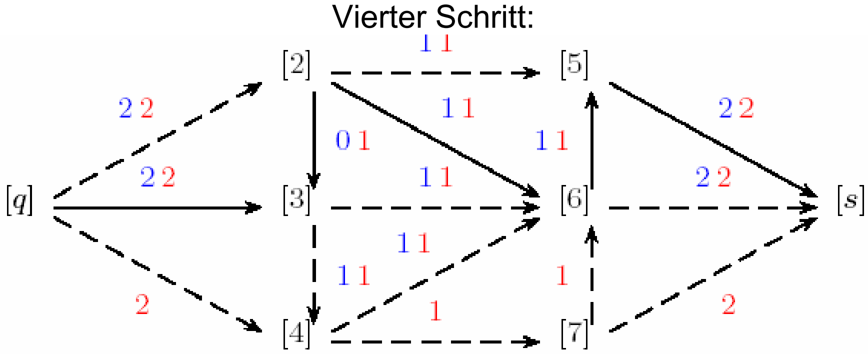
$$(*,\infty) \Rightarrow 2\,(q^{+},1) \Rightarrow 3\,(2^{+},1) \Rightarrow 6\,(3^{+},1) \Rightarrow s\,(6^{+},\underline{1})$$

Dritter Schritt:



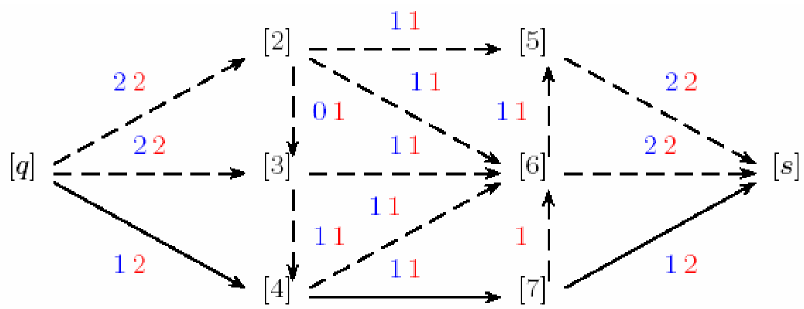
$$(*,\infty) \Rightarrow 3\,(q^{+},2) \Rightarrow 4\,(3^{+},1) \Rightarrow 6\,(4^{+},1) \Rightarrow s\,(6^{+},\underline{1})$$

Vierter Schritt:



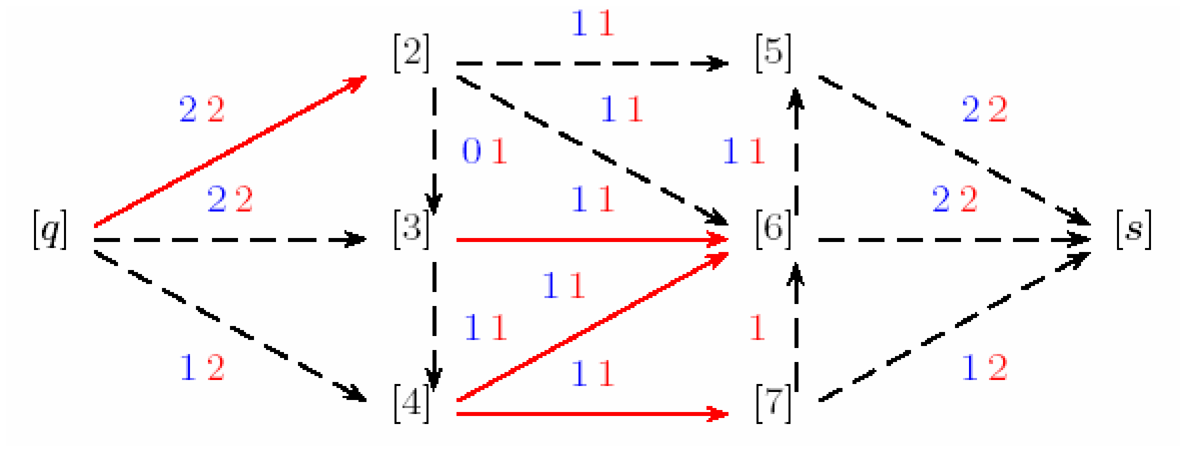
$$(*,\infty) \Rightarrow 3\,(q^{+},1) \Rightarrow 2\,(3^{-},1) \Rightarrow 6\,(2^{+},1) \Rightarrow 5\,(6^{+},1) \Rightarrow s\,(5^{+},\underline{1})$$

Fünfter Schritt:



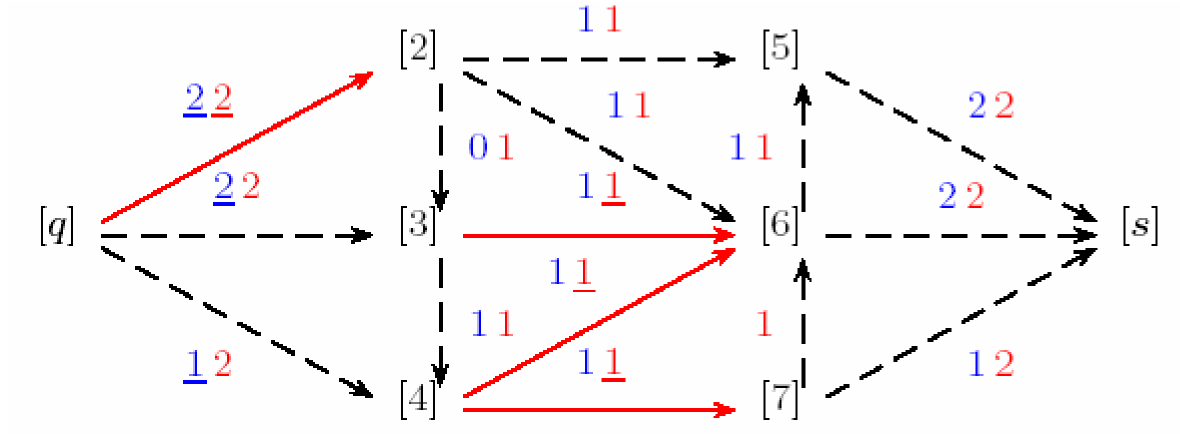
$$(*,\infty) \Rightarrow 4\,(q^{+},2) \Rightarrow 7\,(4^{+},1) \Rightarrow s\,(7^{+},\underline{1})$$

letzter Schritt:



Letzte Iteration. Senke kann nicht mehr markiert werden. Pfeile, die aus den markierbaren zu den nichtmarkierbaren Knoten führen, bilden den Schnitt mit minimaler Kapazität.

$$(*,\infty) \Rightarrow 4\,(q^{+},2) \Rightarrow 3\,(4^{-},1)$$



Maximaler Fluß = Minimaler Schnitt

2+ 2+ 1=5 = 2+ 1+ 1+ 1=5

minimaler Schnitt = Pfeile von Menge der markierten zu Menge der nicht markierten (rote Pfeile)

Methode der zulässigen Richtungen

Nachdem die Wahrscheinlichkeit sehr klein ist das dieses Thema zur Prüfung kommt erspare ich mir hier die Ausarbeitung und verweise auf die Folien: http://www.eos.tuwien.ac.at/OR/Mehlmann/Andis/publ/methoden/mopvorl8.pdf