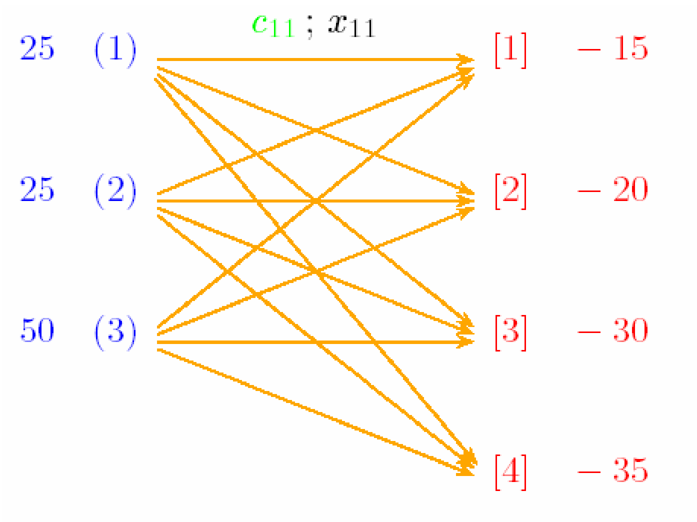
Transportproblem

Das Transportproblem ist ein spezielles Verschiffungsproblem. Es existieren nur Verbindungen von Angebots und Nachfrageknoten.



Solch ein Netzwerk lässt sich durch ein **Transporttableau** darstellen:

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / x_{11}	5 / x_{12}	6 / x_{13}	11 / x_{14}	25	
(2)	1 / x_{21}	2 / x_{22}	7 / x_{23}	4 / x_{24}	25	
(3)	9 / x_{31}	1 / x_{32}	4 / x_{33}	8 / x_{34}	50	
d_j	15	20	30	35	100	
v_j						

Wir haben m*n Entscheidungsvariable und m+n-1 Basisvariablen

Um eine erste Basislösung zu erhalten verwenden wir die **Nord-West-Ecken Regel:**

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / 15	5 / 10	6 /	11 /	25	
(2)	1 /	2 / 10	7 / 15	4 /	25	
(3)	9 /	1 /	4 / 15	8 / 35	50	
d_j	15	20	30	35	100	
v_j						

Wir beginnen in der (1,1) Zelle und steigen in Treppenform hinab. !!NIE SCHRÄG!! Sollte es nicht möglich sein eine Treppe zu bilden dann setzt man einen 0er in die dementsprechende Zelle ein. (z.B.: in der Zeile (2) wäre si10 dann müsste man in der Zelle (2,3) einen 0er setzen um die Treppenform aufrecht zu erhalten).

Nun berechnet man uns die **fairen Preise** aus

$$c_{ij} = u_i + v_j$$

(Wir beginnen bei einem mit 0)

v_j	10	5	10	14
u_i	0	-3	-6	

Für **Nichtbasiszellen** berechnet man:

$$w_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$$

Daraus ergibt sich folgende Tabelle

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / 15	5 / 10	6 / −4	11 / −3	25	0
(2)	1 / −6	2 / 10	7 / 15	4 / −7	25	−3
(3)	9 / +5	1 / +2	4 / 15	8 / 35	50	−6
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	10	5	10	14		665

Die Zelle mit dem kleinsten Wert kommt nun in die Basis: Wir führen nun einen **Basiswechsel** durch:

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / 15	5 / 10	6 /	11 /	25	0
(2)	1 /	2 / 10	7 / 15 −θ	4 / θ	25	−3
(3)	9 /	1 /	4 / 15 +θ	8 / 35 −θ	50	−6
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	10	5	10	14		

Θ ist immer der kleinste Wert der angesteuerten Basiszellen (in unserem Fall 15)

Nun fliegt die Zelle die 0 wird aus der Basis hinaus und die andere kommt in die Basis hinein.

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / 15	5 / 10	6 / +3	11 / +4	25	0
(2)	1 / −6	2 / 10	7 / +7	4 / 15	25	−3
(3)	9 / −2	1 / −5	4 / 30	8 / 20	50	1
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	10	5	3	7		560

Hier wurden schon die neuen fairen Preise und Bewertungen der Nichtbasiszellen vorgenommen.

Nun beginnt der gleiche Zyklus von vorne so lange bis keine negativen Zellen mehr vorhanden sind. Dann haben wir die **optimale Lösung** gefunden.

Der letzte Schritt (bei unserem Beispiel der vierte):

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 / +3	5 / 20	6 / 5	11 / +1	25	0
(2)	1 / 15	2 / +3	7 / +7	4 / 10	25	−6
(3)	9 / +4	1 / −2	4 / 25	8 / 25	50	−2
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	7	5	6	10		485

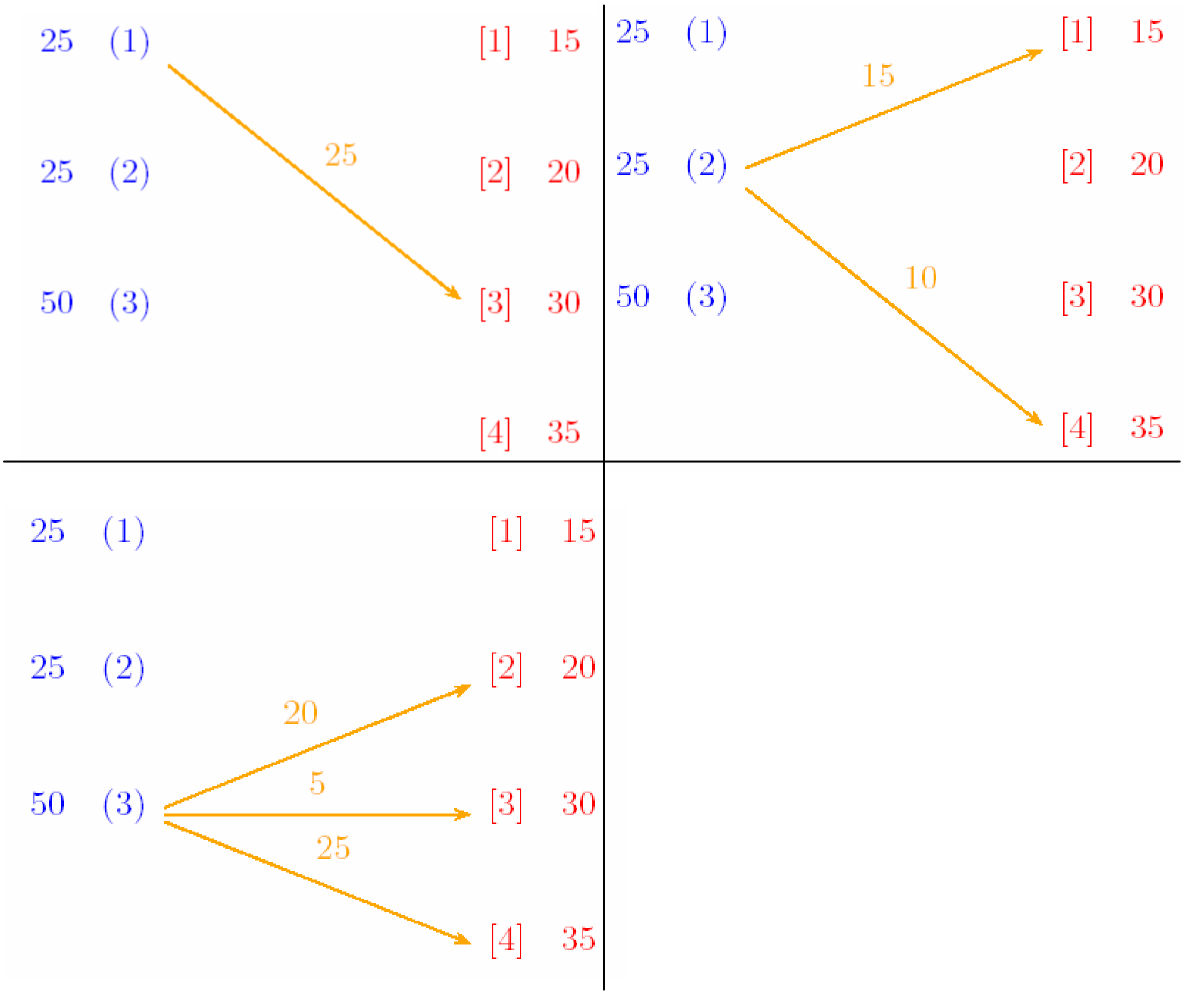
i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	10 /	5 / 20 $-\Theta$	6 / 5 $+\Theta$	11 /	25	0
(2)	1 / 15	2 /	7 /	4 / 10	25	−9
(3)	9 /	1 / Θ	4 / 25 $-\Theta$	8 / 25	50	15
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	10	5	9	13		

optimale Lösung:

Transporttableau

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	^{10} / $\underline{+3}$	^{5} / $\underline{+2}$	^{6} / 25	^{11} / $\underline{+1}$	25	2
(2)	^{1} / 15	^{2} / $\underline{+5}$	^{7} / $\underline{+7}$	^{4} / 10	25	-4
(3)	^{9} / $\underline{+4}$	^{1} / 20	^{4} / 5	^{8} / 25	50	0
d_j	15	20	30	35	100	
v_j	5	1	4	8		445

oder im Netzwerk:



Sensitivität:

Sind die Transportwege bei Bedarfszu(ab)nahme noch optimal?

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)	^{10} /	^{5} /	^{6} / 25	^{11} /	$25^{+\Delta}$	2
(2)	^{1} / 15	^{2} /	^{7} /	^{4} / 10	25	−4
(3)	^{9} /	^{1} / 20	^{4} / 5	^{8} / 25	50	0
d_j	$15^{+\Delta}$	20	30	35	100	
v_j	5	1	4	8		?

Der Zyklus wird nun nur über den Basiszellen der optimalen Lösung ausgeführt.

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)			^{6} / $25^{+\Delta}$		$25^{+\Delta}$	2
(2)	^{1} / $15^{+\Delta}$			^{4} / $10^{-\Delta}$	25	−4
(3)		^{1} / 20	^{4} / $5^{-\Delta}$	^{8} / $25^{+\Delta}$	50	0
d_j	$15^{+\Delta}$	20	30	35	100	
v_j	5	1	4	8		?

Es gibt zwei Zellen in der wir die Zulässigkeit verletzen können:

$5-\Delta; 10-\Delta \Rightarrow \Delta \leq 5 \quad 15+\Delta; 25+\Delta \Rightarrow \Delta \geq -15$

Somit ist der Transportweg noch immer der optimale für $-15 \leq \Delta \leq 5$

Es gibt hier das interessante „Phänomen“ des (siehe folgendes Tableau)

<u>Weniger-für-Mehr</u>: Mehr Kosten für weniger $0 \leq -\Delta \leq 10$

<u>Mehr-für-Weniger</u> Weniger Kosten für mehr $0 \leq \Delta \leq 25$

i/j	[1]	[2]	[3]	[4]	s_i	u_i
(1)			^{6} / 25		25	2
(2)	^{1} / 15			^{4} / $10^{+\Delta}$	$25^{+\Delta}$	−4
(3)		^{1} / $20^{+\Delta}$	^{4} / 5	^{8} / $25^{-\Delta}$	50	0
d_j	15	$20^{+\Delta}$	30	35	100	
v_j	5	1	4	8		?

Das primale Problem	Das duale Problem
Zielfunktion: $\min \sum_{ij \in A} c_{ij} * x_{ij}$	Zielfunktion: $\max \sum_{i=1}^{m} s_i * u_i + \sum_{j=1}^{m} d_j * v_j$
Nebenbedingungen: $Ang.: \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = s_i$ $Nachfr.: \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = d_j$	Nebenbedingungen: $u_i + v_j \leq c_{ij}$